

INSTITUT SUPERIEUR DE TECHNOLOGIE D'AFRIQUE CENTRALE

CONCOURS D'ENTREE 2nd CYCLE – MAI 2013

EPREUVE DE SCIENCES FONDAMENTALES DE L'INGENIEUR :

MECANIQUE DU SOLIDE – DUREE : 01 H 30

Le sujet est constitué de 02 dossiers :

- Présentation et Questionnaire : page DPQ1 / DPQ5 à page DPQ5 / DPQ5
- Dossier Réponses : page DR1 / DR12 à page DR12 /DR12.

Les questions peuvent être abordées dans un ordre quelconque ; cependant, le candidat prendra soin de traiter les questions et de mentionner les réponses aux endroits réservés à cet effet dans le **Dossier Réponses**.

Le Dossier Réponses est à rendre impérativement, même si le candidat n'a traité aucune question.

RECOMMANDATIONS :

Commencez par inscrire vos noms et prénoms, le centre de passage du concours et le numéro de votre place dans le Dossier Réponses.

Une attention particulière doit être portée à la présentation et à l'orthographe.

DOCUMENT AUTORISE : AUCUN

MATERIEL AUTORISE : Calculatrice scientifique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante et sans aucun moyen de transmission.

Les surveillants ont pour consigne d'exclure du concours tout candidat qui tente de vouloir copier sur un de ses voisins, d'accéder à tout document non autorisé, ou d'écrire avant le signal de départ ou après le signal de fin de l'épreuve.

PRESENTATION ET QUESTIONNAIRE

Soit (FIG.1) un mécanisme (Σ) constitué de trois solides (S_0) , (S_1) et (S_2) :

- (S_0) est le bâti au quel est lié le repère orthonormé direct $S_0 \equiv (O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen, avec $(O; \vec{z}_0)$ la verticale ascendante ; $\vec{g} = -g \vec{z}_0$ est l'accélération de la pesanteur ;
- (S_1) est de centre de masse G_1 , de masse m_1 , faisant avec (S_0) l'objet d'une liaison pivot parfaite d'axe $(O; \vec{z}_0)$; le repère orthonormé direct $S_1 \equiv (O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est lié à (S_1) :
 - $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ mesuré autour de \vec{z}_0
 - $\overline{OG_1} = h \vec{z}_0 + b \vec{x}_1$ où b et h sont des longueurs constantes
 - la matrice de \bar{J}_{10} l'opérateur d'inertie du solide (S_1) au point O dans la base $(\mathbf{b}) \equiv (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est

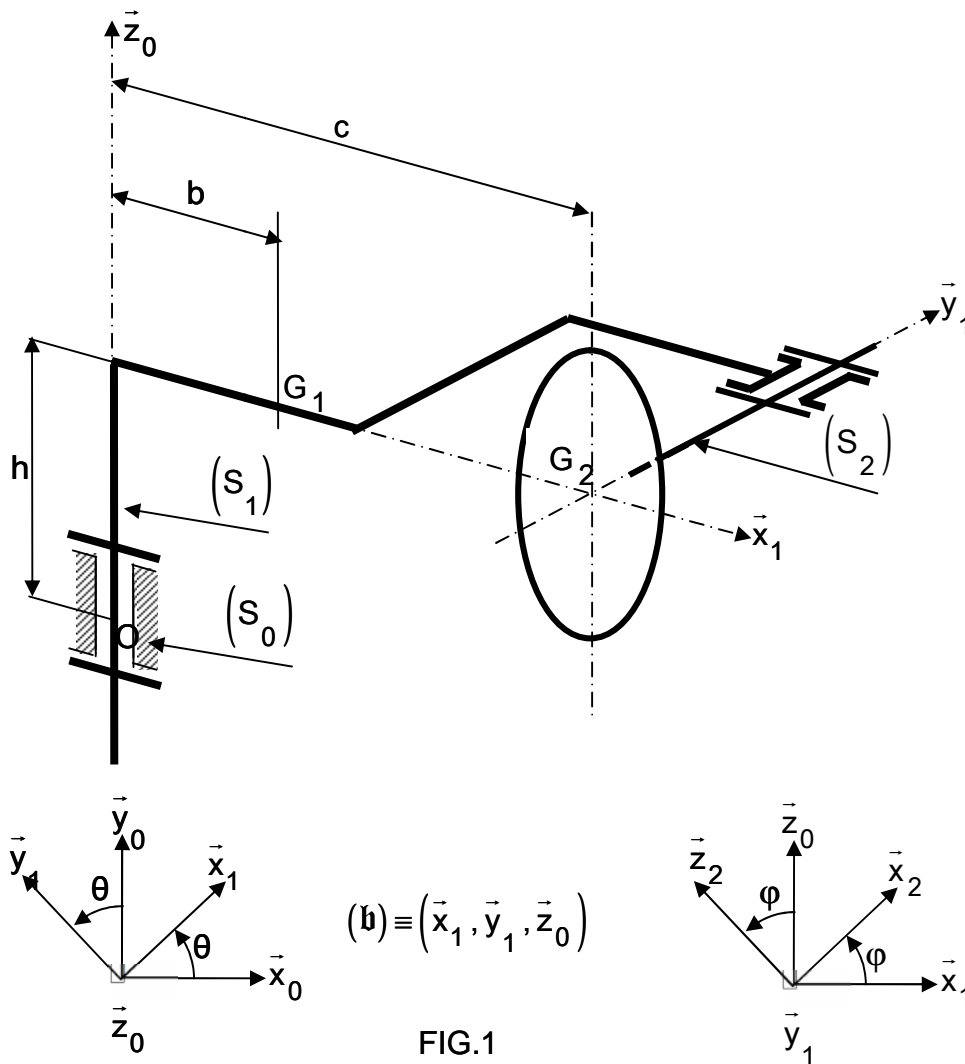
$$\bar{J}_{10} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{(\mathbf{b})}$$

(S_2) est assimilable à un disque d'épaisseur négligeable de centre de masse G_2 , d'axe $(G_2; \vec{y}_1)$, de masse m_2 , faisant avec (S_1) l'objet d'une liaison pivot parfaite d'axe $(G_2; \vec{y}_1)$; le repère orthonormé direct $S_2 \equiv (G_2; \vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)$ est lié à (S_2) :

- $\overline{OG_2} = h \vec{z}_0 + c \vec{x}_1$ où c est une longueur constante
- $\varphi = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$ mesuré autour de \vec{y}_1

- la matrice de \bar{J}_{2G_2} l'opérateur d'inertie du solide (S_2) au point G_2 dans la base (b) est

$$J_{2G_2} = \begin{pmatrix} \frac{A_2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A_2}{2} \end{pmatrix}_{(b)}$$



Un moteur exerce sur (S_1) des actions mécaniques équivalentes au torseur couple

$$\mathcal{F}(\text{Mot} / S_1) = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}(\text{Mot} / S_1) = \vec{0} \\ \vec{M}(\text{Mot} / S_1) = c \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

Le torseur d'action mécanique de :

$$\triangleright (S_0) \text{ sur } (S_1) \text{ est } \mathcal{F}(S_0/S_1) = \left. \begin{array}{l} \vec{F}(S_0/S_1) = X_{01} \vec{x}_1 + Y_{01} \vec{y}_1 + Z_{01} \vec{z}_0 \\ \vec{M}_O(S_0/S_1) = L_{01} \vec{x}_1 + M_{01} \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O$$

$$\triangleright (S_1) \text{ sur } (S_2) \text{ est } \mathcal{F}(S_1/S_2) = \left. \begin{array}{l} \vec{F}(S_1/S_2) = X_{12} \vec{x}_1 + Y_{12} \vec{y}_1 + Z_{12} \vec{z}_0 \\ \vec{M}_{G_2}(S_1/S_2) = L_{12} \vec{x}_1 + N_{12} \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{G_2}$$

Q1. CINEMATIQUE	BAREME : 05 / 30
------------------------	-------------------------

Donner, dans la base (\mathbf{b})

Q1.1. le vecteur taux de rotation :

Q1.1.1. $\vec{\Omega}(S_1/S_0)$ de (S_1) dans son mouvement par rapport à (S_0)

Q1.1.2. $\vec{\Omega}(S_2/S_1)$ de (S_2) dans son mouvement par rapport à (S_1)

Q1.1.3. $\vec{\Omega}(S_2/S_0)$ de (S_2) dans son mouvement par rapport à (S_0)

Q1.2. le vecteur vitesse

Q1.2.1. $\vec{v}(G_1, S_1/S_0)$ du point G_1 de (S_1) dans son mouvement par rapport à (S_0)

Q1.2.2. $\vec{v}(G_2, S_2/S_0)$ du point G_2 de (S_2) dans son mouvement par rapport à (S_0)

Q1.3. le vecteur accélération

Q1.3.1. $\vec{a}(G_1, S_1/S_0)$ du point G_1 de (S_1) dans son mouvement par rapport à (S_0)

Q1.3.2. $\vec{a}(G_2, S_2/S_0)$ du point G_2 de (S_2) dans son mouvement par rapport à (S_0) .

Q2. CINETIQUE	BAREME : 08 /30
----------------------	------------------------

Q2.1. Considérer le mouvement de (S_1) par rapport à (S_0) et déterminer :

Q2.1.11 $\vec{p}(S_1/S_0)$ sa quantité de mouvement

Q2.1.2. $\vec{q}(S_1/S_0)$ sa quantité d'accélération

Q2.1.3. $\vec{L}_O(S_1/S_0)$ son moment cinétique au point O

Q2.1.4. $\vec{\delta}_O(S_1/S_0)$ son moment dynamique au point O

Q2.2. Considérer le mouvement de (S_2) par rapport à (S_0) et déterminer :

Q2.2.1. $\vec{p}(S_2/S_0)$ sa quantité de mouvement

Q2.2.2. $\vec{q}(S_2/S_0)$ sa quantité d'accélération

Q2.2.3. $\vec{L}_{G_2}(S_2/S_0)$ son moment cinétique au point G_2

Q2.2.4. $\vec{\delta}_{G_2}(S_2/S_0)$ son moment dynamique au point G_2

Q2.2.5. $\vec{\delta}_O(S_2/S_0)$ son moment dynamique au point O

Q2.3. Considérer le mouvement du système $(S) \equiv (S_1)U(S_2)$ par rapport à (S_0) et déterminer :

Q2.3.1. $\vec{q}(S/S_0)$ sa quantité d'accélération

Q2.3.2. $\vec{\delta}_O(S/S_0)$ son moment dynamique au point O.

Q3. ACTIONS MECANIQUES	BAREME : 04 / 30
-------------------------------	-------------------------

Faire l'inventaire des forces extérieures qui sollicitent :

Q3.1. le solide (S_2) dans son mouvement par rapport à (S_0) et en déduire

Q3.1.1. $\vec{F}(\text{ext}/S_2)$ leur résultante par ses composantes dans la base (b)

Q3.1.2. $\vec{M}_{G_2}(\text{ext} / S_2)$ leur moment résultant au point G_2 par ses composantes dans la base (b).

Q3.2. le système (S) $\equiv (S_1) \cup (S_2)$ dans son mouvement par rapport à (S_0) et en déduire :

Q3.2.1. $\vec{F}(\text{ext} / S)$ leur résultante par ses composantes dans la base (b)

Q3.2.2. $\vec{M}_O(\text{ext} / S)$ leur moment résultant au point O par ses composantes dans la base (b).

Q4.	DYNAMIQUE	BAREME : 13 / 30
------------	------------------	-------------------------

Q4.1. Appliquer le principe fondamental de la dynamique au solide (S_2) dans son mouvement par rapport à (S_0) et en déduire les équations scalaires des théorèmes de la résultante dynamique du moment dynamique

Q4.2. Appliquer le principe fondamental de la dynamique au solide (S) dans son mouvement par rapport à (S_0) et en déduire les équations scalaires des théorèmes de la résultante dynamique du moment dynamique

Q4.3. Déduire des équations de la résultante et de moment dynamiques

Q4.3.1. les lois du mouvement : à l'instant $t=0$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$, $\varphi = \varphi_0$, $\dot{\omega} = \dot{\omega}_0$, $\omega = \omega_0$

Q4.3.2. les efforts de liaison.

INSTITUT SUPERIEUR DE TECHNOLOGIE D'AFRIQUE CENTRALE

Concours d'entrée 2nd CYCLE – Mai 2013

EPREUVE DE SCIENCES FONDAMENTALES DE L'INGENIEUR :

MECANIQUE DU SOLIDE – DUREE : 01 H 30

DOSSIER REponses

REEMPLIR LE CADRE CI-DESSOUS

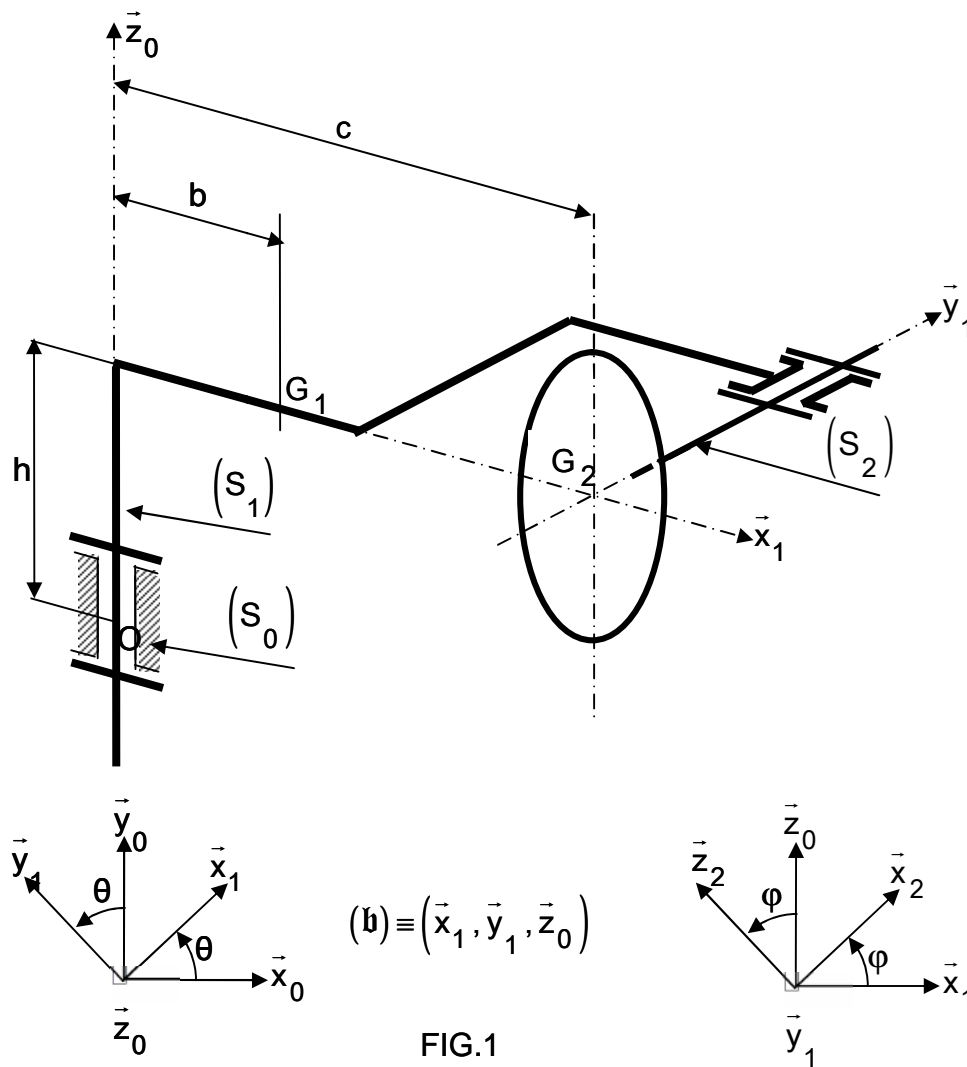
NOMS ET PRENOMS : _____

DATE DE NAISSANCE : _____

LIEU DE NAISSANCE : _____

CENTRE DU CONCOURS : _____

NUMERO DE LA PLACE : _____ **DATE :** _____



Q1. CINEMATIQUE	BAREME : 05 / 30
------------------------	-------------------------

Q1.1. VECTEUR TAUX DE ROTATION

Q1.1.1. TAUX DE ROTATION $\bar{\Omega}(S_1/S_0)$

.....

$\bar{\Omega}(S_1/S_0) = \dots\dots\dots$	/ 00.5
---	---------------

Q1.1.2.TAUX DE ROTATION $\vec{\Omega}(S_2 / S_1)$

.....

$\vec{\Omega}(S_2 / S_1) = \dots\dots\dots$	/ 00.5
---	---------------

Q.1.1.3. TAUX DE ROTATION $\vec{\Omega}(S_2 / S_0)$

.....

.....

$\vec{\Omega}(S_2 / S_0) = \dots\dots\dots$	/ 01
---	-------------

Q.1.2. VECTEURS VITESSES

Q.1.2.1. VITESSE $\vec{v}(G_1, S_1 / S_0)$

.....

.....

.....

.....

$\vec{v}(G_1, S_1 / S_0) = \dots\dots\dots$	/ 01
---	-------------

Q.1.2.2. VITESSE $\vec{v}(G_2, S_2 / S_0)$

.....

.....

$\vec{v}(G_2, S_2 / S_0) = \dots\dots\dots$	/ 00.5
---	---------------

Q.1.3. VECTEURS ACCELERATIONS

Q.1.3.1. ACCELERATION $\vec{a}(G_1, S_1 / S_0)$

.....

.....

.....

$\vec{a}(G_1, S_1 / S_0) = \dots\dots\dots$	/ 01
---	-------------

Q.1.3.2. ACCELERATION $\vec{a}(G_2, S_2 / S_0)$

.....

.....

$\vec{a}(G_2, S_2 / S_0) = \dots\dots\dots$	/ 00.5
---	---------------

Q2.	CINETIQUE	BAREME : 08 / 30
------------	------------------	-------------------------

Q2.1. TORSEURS CINETIQUE ET DYNAMIQUE DE (S_1) PAR RAPPORT A (S_0)

Q2.1.1. QUANTITE DE MOUVEMENT $\vec{p}(S_1/S_0)$

.....

.....

$\vec{p}(S_1/S_0) = \dots\dots\dots$	/ 00.5
--------------------------------------	---------------

Q2.1.2. QUANTITE D'ACCELERATION $\vec{q}(S_1/S_0)$

.....

$\vec{q}(S_1/S_0) = \dots\dots\dots$	/ 00.5
--------------------------------------	---------------

Q2.1.3. MOMENT CINETIQUE $\vec{L}_O(S_1/S_0)$

.....

.....

.....

$\vec{L}_O(S_1/S_0) = \dots\dots\dots$	/ 01.
--	--------------

Q2.1.4. MOMENT DYNAMIQUE $\vec{\delta}_O (S_1 / S_0)$

.....

.....

.....

.....

$\vec{\delta}_O (S_1 / S_0) = \dots\dots\dots$	/ 01.5
--	---------------

Q2.2. TORSEURS CINETIQUE ET DYNAMIQUE DE (S_2) PAR RAPPORT A (S_0)

Q2.2.1. QUANTITE DE MOUVEMENT $\vec{p}(S_2 / S_0)$

.....

.....

$\vec{p}(S_2 / S_0) = \dots\dots\dots$	/ 00.5
--	---------------

Q2.2.2. QUANTITE D ACCELERATION $\vec{q}(S_2 / S_0)$

.....

$\vec{q}(S_2 / S_0) = \dots\dots\dots$	/ 00.5
--	---------------

Q2.2.3. MOMENT CINETIQUE $\bar{L}_{G_2}(S_2/S_0)$

.....

$\bar{L}_{G_2}(S_2/S_0) = \dots\dots\dots$	/ 00.5
--	---------------

Q2.2.4. MOMENT DYNAMIQUE AU POINT G_2 $\bar{\delta}_{G_2}(S_2/S_0)$

.....

$\bar{\delta}_{G_2}(S_2/S_0) = \dots\dots\dots$	/ 01
---	-------------

Q2.2.5. MOMENT DYNAMIQUE AU POINT O $\bar{\delta}_O(S_2/S_0)$

.....

$\vec{\delta}_O (S_2/S_0) = \dots\dots\dots$	/ 01
--	-------------

Q2.3. TORSEUR DYNAMIQUE DE (S) ≡ (S₁)U(S₂) PAR RAPPORT A (S₀)

Q2.3.1. QUANTITE D'ACCELERATION $\vec{q}(S/S_0)$

.....

$\vec{q}(S/S_0) = \dots\dots\dots$	/ 00.5
------------------------------------	---------------

Q2.3.2. MOMENT DYNAMIQUE $\vec{\delta}_O (S/S_0)$

.....

$\vec{\delta}_O (S/S_0) = \delta_x \vec{x}_1 + \delta_y \vec{y}_1 + \delta_z \vec{z}_0$ avec :	/ 00.5
$\delta_x = \dots\dots\dots$	
$\delta_y = \dots\dots\dots$	
$\delta_z = \dots\dots\dots$	

Q3.	ACTIONS MECANIKES	BAREME : 04 /30
------------	--------------------------	------------------------

Q3.1.FORCES EXTERIEURES SUR (S_2)

.....

.....

.....

.....

Q3.1.1. RESULTANTE $\vec{F}(\text{ext} / S_2)$

.....

$\vec{F}(\text{ext} / S_2) = \dots\dots\dots$	/ 01
---	-------------

Q3.1.2. MOMENT RESULTANT $\vec{M}_{G_2}(\text{ext} / S_2)$

.....

$\vec{M}_{G_2}(\text{ext} / S_2) = \dots\dots\dots$	/ 01
---	-------------

Q3.2. FORCES EXTERIEURES SUR $(S) \equiv (S_1)U(S_2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Q3.2.1. RESULTANTE \vec{F} (ext / S)

.....

\vec{F} (ext / S) =	/ 01
-----------------------------	-------------

Q3.2.2. MOMENT RESULTANT DES FORCES EXTERIEURES \vec{M}_O (ext / S)

.....

\vec{M}_O (ext / S) =	/ 01
-------------------------------	-------------

Q4.	DYNAMIQUE	BAREME : 13 / 30
------------	------------------	-------------------------

Q4.1. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

Q4.1.1. PRINCIPE FONDAMENTAL AU SOLIDE (S_2)

.....

Q4.1.1.1. THEOREME DE LA RESULTANTE DYNAMIQUE

.....

<ul style="list-style-type: none"> • / \vec{x}_1 : • / \vec{y}_1 : • / \vec{z}_0 : 	<p>/ 01.5</p>
--	----------------------

Q4.1.1.2. THEOREME DU MOMENT DYNAMIQUE

.....

<ul style="list-style-type: none"> • / \vec{x}_1 : • / \vec{y}_1 : • / \vec{z}_0 : 	<p>/ 01.5</p>
--	----------------------

Q4.1.2. PRINCIPE FONDAMENTAL AU SYSTEME(S)

.....

Q4.1.2.1. THEOREME DE LA RESULTANTE DYNAMIQUE

.....

<ul style="list-style-type: none"> • / \vec{x}_1 : • / \vec{y}_1 : • / \vec{z}_0 : 	/ 01.5
--	---------------

Q4.1.2.2. THEOREME DU MOMENT DYNAMIQUE

.....

<ul style="list-style-type: none"> • / \vec{x}_1 : • / \vec{y}_1 : • / \vec{z}_0 : 	/ 01.5
--	---------------

Q4.2. LOIS DU MOUVEMENT ET EFFORTS DE LIAISON

Q4.2.1. LOIS DU MOUVEMENT

.....

.....

$\varphi(t) =$	/ 01
$(t) =$	/ 01

Q4.2.2. EFFORTS INCONNUS DE LIAISON.

.....

$X_{01} = \dots\dots\dots$	/ 00.5
$Y_{01} = \dots\dots\dots$	/ 00.5
$Z_{01} = \dots\dots\dots$	/ 00.5
$L_{01} = \dots\dots\dots$	/ 00.5
$M_{01} = \dots\dots\dots$	/ 00.5
$X_{12} = \dots\dots\dots$	/ 00.5
$Y_{12} = \dots\dots\dots$	/ 00.5
$Z_{12} = \dots\dots\dots$	/ 00.5
$L_{12} = \dots\dots\dots$	/ 00.5
$N_{12} = \dots\dots\dots$	/ 00.5