INSTITUT SUPERIEUR DE TECHNOLOGIE D'AFRIQUE CENTRALE

CONCOURS D'ENTREE 2ND CYCLE – MAI 2012

EPREUVE DE SCIENCES FONDAMENTALES DE L'INGENIEUR :

MECANIQUE DU SOLIDE – DUREE : 01 H 30

Le sujet est constitué de 02 dossiers :

- Présentation et Questionnaire : page **1** à page **6**
- Dossier Réponses : page **1** à page **15**

Les questions peuvent être abordées dans un ordre quelconque ; cependant, le candidat prendra soin de traiter les questions et de mentionner les réponses aux endroits réservés à cet effet dans le **Dossier Réponses**.

Le Dossier Réponses est à rendre impérativement, même si le candidat n'a traité aucune question.

PRESENTATION ET QUESTIONNAIRE

RECOMMANDATIONS :

Commencez par inscrire vos noms et prénoms, le centre de passage du concours et le numéro de votre place dans le Dossier Réponses.

Une attention particulière doit être portée à la présentation et à l'orthographe.

DOCUMENT AUTORISE : AUCUN

MATERIEL AUTORISE : Calculatrice scientifique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante et sans aucun moyen de transmission.

Les surveillants ont pour consigne d'exclure du concours tout candidat qui tente de vouloir copier sur un de ses voisins, d'accéder à tout document non autorisé, ou d'écrire avant le signal de départ ou après le signal de fin de l'épreuve.

Un mécanisme (Σ) du repère terrestre $\mathcal{R} \equiv \left(A;\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0\right)$ est constitué de trois solides $\left(S_0\right)$, $\left(S_1\right)$ et (S) (FIG.1) :

- $\left(S_0\right)$ est le bâti auquel est attaché le repère $\mathcal{R}$, orthonormé direct, supposé galiléen.

.

L'axe $\left(A;\vec{z}_0\right)$ est la verticale ascendante ; l'accélération de la pesanteur est $\vec{g}=-g\,\vec{y}_0$.

- $\left(S_1\right)$ est un solide de masse m_1, de centre de masse C, ayant $\left(A;\vec{z}_0\right)$ comme axe de symétrie matérielle, faisant avec $\left(S_0\right)$ l'objet d'une liaison pivot parfaite d'axe $\left(A;\vec{z}_0\right)$.

Le repère orthonormé direct $\left(A;\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0\right)$ est attaché au solide $\left(S_1\right)$:

- o $\psi=\psi(t)=\left(\vec{x}_0,\vec{x}_1\right)$ mesuré autour de $\vec{z}_0$
- o $\vec{y}_1=\vec{z}_0\wedge\vec{x}_1$

Son centre de masse C est situé sur l'axe de symétrie $\left(A;\vec{z}_0\right)$.

La matrice

$$\mathbb{J}_{\left(S_1\right)A}=\begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{\left(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0\right)}$$

est celle de son opérateur d'inertie $\overline{\overline{\mathbf{J}}}_{\left(S_1\right)A}$ au point A dans la base $\left(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0\right)$.

Un moteur exerce sur $\left(S_1\right)$ des actions mécaniques modélisables par le torseur couple

$$\mathcal{F}\left(\text{Mot.}/S_1\right)=\begin{Bmatrix}\vec{F}\left(\text{Mot.}/S_1\right)=\vec{0}\\ \vec{M}_A\left(\text{Mot.}/S_1\right)=\mathcal{C}\,\vec{z}_0\end{Bmatrix}$$

où le couple $\mathcal{C}=\mathcal{C}(t)$ évolue en fonction du temps de telle sorte que la rotation de (S_1) autour de $(A;\vec{z}_0)$ soit à taux de rotation constant.

- (S) est un solide de masse m, de centre de masse G, faisant avec (S_1) l'objet d'une liaison pivot parfaite d'axe $(A;\vec{x})$. Il est constitué d'un assemblage de deux solides (Σ_1) et (Σ_2) fixés l'un à l'autre (FIG.2).

Les solides (Σ_1) et (Σ_2) sont des barres de section droite carrée de cote a, en acier de masse volumique ρ :

- o (Σ_1) est la barre (AB), de longueur $2\,l$, de masse μ_1, de centre de masse G_1
- o (Σ_2) est la barre (CD), de longueur l, de masse μ_2, de centre de masse G_2

Le repère orthonormé direct $(A;\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est attaché au solide (S) :

- o $\vec{x}=\vec{x}_1$
- o $\theta=\theta(t)=\left(\vec{y}_1,\vec{y}\right)=\left(\vec{z}_0,\vec{z}\right)$ mesuré autour de $\vec{x}$
- o $\overrightarrow{AB}=2\,l\,\vec{y}$
- o $\overrightarrow{CD}=l\,\vec{z}$
- o $\overrightarrow{AG}=b\,\vec{y}$, b étant une constante positive

La matrice

$$\mathbb{J}_{(\mathbf{S})\mathbf{A}}=\begin{bmatrix}A_S & 0 & 0\\ 0 & B_S & 0\\ 0 & 0 & C_S\end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \qquad \text{avec } A_S=B_S+C_S$$

est celle de son opérateur d'inertie $\overline{\overline{\mathbf{J}}}_{(\mathbf{S})\mathbf{A}}$ au point A dans la base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

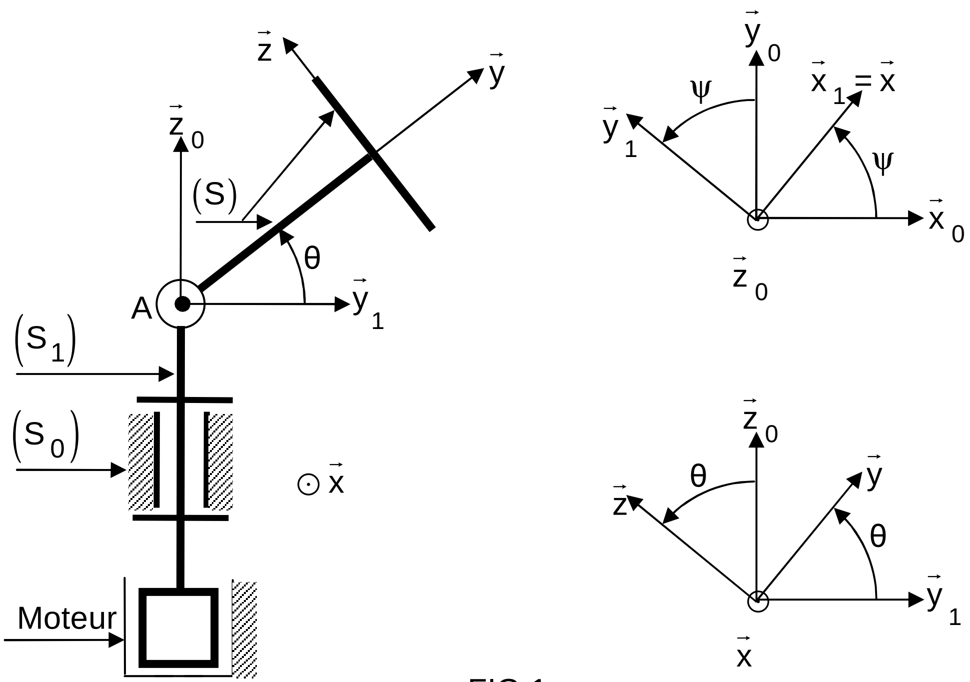
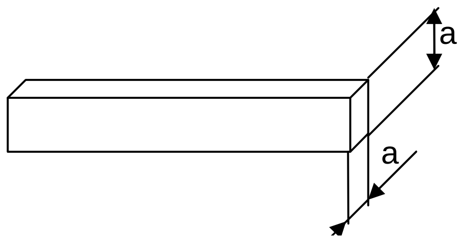
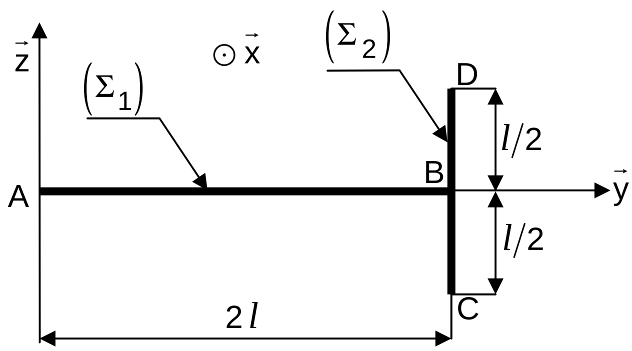


FIG.1



(1) TYPE DE PROFILE CONSTITUANT LE SOLIDE (S)



(2) SOLIDE (S)

FIG.2

1. CINEMATIQUE

Déterminer :

1.1 le vecteur taux de rotation

1.1.1. $\vec{\Omega}\left(S_1 / S_0\right)$ de $\left(S_1\right)$ dans son mouvement par rapport à $\left(S_0\right)$

1.1.2. $\vec{\Omega}\left(S / S_1\right)$ de (S) par rapport à $\left(S_1\right)$

1.1.3. $\vec{\Omega}\left(S / S_0\right)$ de (S) par rapport à $\left(S_0\right)$

1.2 $\vec{V}\left(G, S / S_0\right)$ le vecteur vitesse du point G appartenant à (S) dans son mouvement par rapport à $\left(S_0\right)$ dans la base $\left(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right)$

1.3 $\vec{a}\left(G, S / S_0\right)$ le vecteur accélération du point G appartenant à (S) dans son mouvement par rapport à $\left(S_0\right)$ dans la base $\left(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right)$.

2. GEOMETRIE DES MASSES

Déterminer analytiquement et numériquement (pour $a = 1\,\text{cm}$, $\rho = 7\,800\,\text{kg}/\text{m}^3$ et $l = 60\,\text{cm}$) :

2.1 la masse

2.1.1. μ_1 de la barre $\left(\Sigma_1\right)$

2.1.2. μ_2 de la barre $\left(\Sigma_2\right)$

2.1.3. m du solide (S)

2.2 la position du centre de masse G de (S) défini par $\overrightarrow{AG} = b\,\vec{y}$.

3. CINETIQUE

Calculer par leurs composantes sur la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

3.1 la quantité de mouvement $\vec{p}\left(S / S_0\right)$

3.2 la quantité d'accélération $\vec{D}\left(S / S_0\right)$

3.3 les moments cinétiques $\vec{L}_A\left(S_1 / S_0\right)$ et $\vec{L}_A\left(S / S_0\right)$

3.4 le moment dynamique $\vec{\delta}_A\left(S / S_0\right)$. Exprimer $A_S + B_S - C_S$ en fonction de B_S et $A_S - B_S + C_S$ en fonction de C_S.

3.5 l'énergie cinétique :

3.5.1. $E_{cin}\left(S_1 / S_0\right)$ du solide $\left(S_1\right)$ dans son mouvement par rapport à $\left(S_0\right)$

3.5.2. $E_{cin}\left(S/S_0\right)$ du solide (S) dans son mouvement par rapport à $\left(S_0\right)$

3.5.3. $E_{cin}\left(S_1 \cup S/S_0\right)$ du système mécanique $\left(S_1 \cup S\right)$ dans son mouvement par rapport à $\left(S_0\right)$.

4. ACTIONS MECANIQUES

De l'inventaire des actions mécaniques extérieures qui sollicitent les solides du système dans leurs mouvements par rapport au bâti, déduire :

4.1 par ses éléments de réduction $\vec{F}(ext/S)$ et $\vec{M}_A(ext/S)$ au pont A, $\mathcal{F}(ext/S)$ le torseur résultant d'action mécanique extérieure qui sollicitent le solide (S) dans son mouvement par rapport à $\left(S_0\right)$

4.2 la puissance :

4.2.1. $\mathcal{P}\left(Mot./S_1\right)$ développée par le moteur sur le solide $\left(S_1\right)$ dans son mouvement par rapport à $\left(S_0\right)$

4.2.2. $\mathcal{P}\left(pes/S_1\right)$ développée par la pesanteur sur le solide $\left(S_1\right)$ dans son mouvement par rapport à $\left(S_0\right)$

4.2.3. $\mathcal{P}\left(S_0 \leftrightarrow S_1\right)$ développée par les interactions entre $\left(S_0\right)$ et $\left(S_1\right)$ dans le mouvement de $\left(S_1\right)$ par rapport à $\left(S_0\right)$ au niveau de la liaison pivot parfaite d'axe $\left(A;\vec{z}_0\right)$

4.2.4. $\mathcal{P}(pes/S)$ développée par la pesanteur sur le solide (S) dans son mouvement par rapport à $\left(S_0\right)$

4.2.5. $\mathcal{P}\left(S_1 \leftrightarrow S\right)$ développée par les interactions entre $\left(S_1\right)$ et (S) au niveau de la liaison pivot parfaite d'axe $\left(A;\vec{x}\right)$ dans leurs mouvements par rapport $\left(S_0\right)$

4.2.6. $\mathcal{P}\left(S_1 \cup S/S_0\right)$ totale mise dans le mouvement du système $\left(S_1 \cup S\right)$ par rapport à $\left(S_0\right)$

5. DYNAMIQUE

5.1 Appliquer le principe fondamental de la dynamique au solide (S) dans son mouvement par rapport à (S_0) et en déduire les équations de la résultante et les équations de moment. Préciser l'équation du mouvement et déterminer les efforts de liaison.

5.2 Appliquer le théorème de l'énergie cinétique système $(S_1 \cup S)$ dans son mouvement rapport (S_0) ; en déduire l'équation régissant l'énergie cinétique du système $(S_1 \cup S)$ dans son mouvement rapport (S_0) .

INSTITUT SUPERIEUR DE TECHNOLOGIE D'AFRIQUE CENTRALE

CONCOURS D'ENTREE 2ND CYCLE – MAI 2012

EPREUVE DE SCIENCES FONDAMENTALES DE L'INGENIEUR :

MECANIQUE DU SOLIDE – DUREE : 01 H 30

REMPLIR LE CADRE CI-DESSOUS

NOMS ET PRENOMS : ______________________________

DATE DE NAISSANCE : ______________________________

LIEU DE NAISSANCE : ______________________________

CENTRE D'EXAMEN : ______________________________

NUMERO DE PLACE : ________________ **DATE :** ________________

DOSSIER REPONSES

BAREME

1.	**CINEMATIQUE**				**16.**
	1.1.	VECTEURS TAUX DE ROTATION		06	
		1.1.1.	02.		
		1.1.2.	02.		
		1.1.3.	02.		
	1.2.	VECTEUR VITESSE		04.	
	1.3.	VECTEUR ACCELERATION		06.	
2.	**GEOMETRIE DES MASSES**				**12.**
	2.1.	MASSES		08	
		2.1.1.	03		
		2.1.2.	03		
		2.1.3.	02		
	2.2.	CENTRE DE MASSE		04	
3.	**CINETIQUE**				**15.**
	3.1.	QUANTITE DE MOUVEMENT		01.	
	3.2.	QUANTITE D'ACCELERATION		01.	
	3.3.	MOMENTS CINETIQUES		04.	
	3.4.	MOMENT DYNAMIQUE		04	
	3.5	ENERGIES CINETIQUES		05.	
		3.5.1.	02.		
		3.5.2.	02.		
		3.5.3.	01.		
4.	**ACTIONS MECANIQUES**				**12.**
	4.1.	ACTIONS MECANIQUES EXTERIEURES		06.	
	4.2.	PUISSANCES		06.	
		4.2.1.	01.		
		4.2.2.	01.		
		4.2.3.	01.		
		4.2.4.	01.		
		4.2.5.	01.		
		4.2.6.	01.		
5.	**DYNAMIQUE**				**05.**
	5.1.	PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE		03.	
	5.2.	THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE		02.	
TOTAL DES POINTS					**60.**

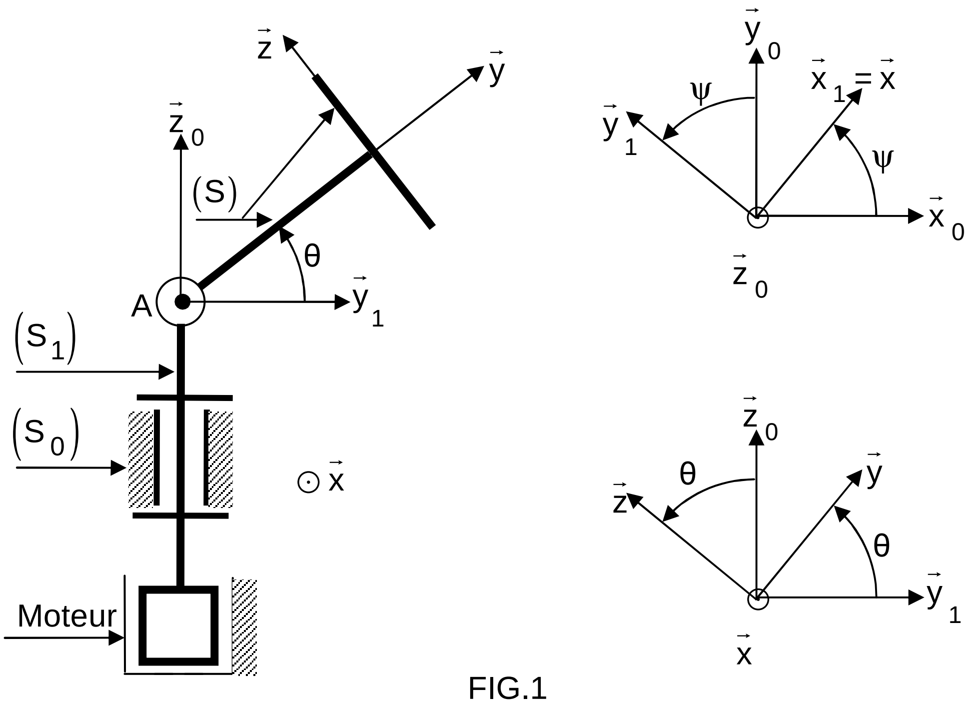
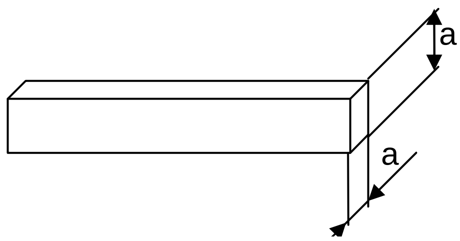
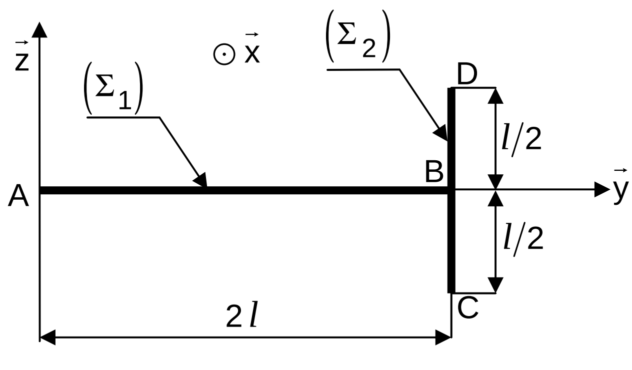


FIG.1



(1) TYPE DE PROFILE CONSTITUANT LE SOLIDE (S)



(2) SOLIDE (S)

FIG.2

1. CINEMATIQUE

Q.1.1.	VECTEURS TAUX DE ROTATION	06. PTS

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………………..

$\vec{\Omega}\left(S_1 / S_0\right)=$	$\vec{\Omega}\left(S / S_1\right)=$	$\vec{\Omega}\left(S / S_0\right)=$

Q.1.2.	VECTEUR VITESSE DU POINT G DE $(S)/(S_0)$	04. PTS

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………………......

$\vec{V}\left(G, S/S_0\right) =$

Q.1.3.	VECTEUR ACELERATION DU POINT G DE $(S)/(S_0)$	06. PTS

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………......

…………………………………………………………………………………………………......

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………......

…………………………………………………………………………………………………......

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………......

$\vec{a}\left(G, S/S_0\right) =$

2. GEOMETRIE DES MASSES

Q.2.1.	MASSES	08. PTS

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………………...

$\mu_1 =$	$\mu_2 =$	$m =$

Q.2.2.	POSITION DU CENTRE DE MASSE G DE (S)	04. PTS

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………......

$b =$

2. CINETIQUE

FORMULAIRE. Dans le mouvement d'un solide (S) (de masse m, de centre de masse G, d'opérateur d'inertie $\overline{\overline{\mathbf{J}}}_{(\mathbf{S})\mathbf{A}}$ en un de ses points A), par rapport à un repère $\mathcal{R}$, on note :

- $\vec{p}(S/\mathcal{R})$ sa quantité de mouvement
- $\vec{D}(S/\mathcal{R})$ sa quantité des accélérations
- $\vec{L}_A(S/\mathcal{R})$ son moment cinétique au point A
- $\vec{\delta}_A(S/\mathcal{R})$ son moment dynamique au point A
- $E_{cin}(S/\mathcal{R})$ son énergie cinétique

On rappelle les formules suivantes :

- $\vec{p}(S/\mathcal{R}) = m\,\vec{V}(G, S/\mathcal{R})$
- $\vec{D}(S/\mathcal{R}) = \left(\dfrac{d\vec{p}(S/\mathcal{R})}{dt}\right)_{\mathcal{R}} = m\,\vec{a}(G, S/\mathcal{R})$
- $\vec{L}_A(S/\mathcal{R}) = \overline{\overline{\mathbf{J}}}_{(\mathbf{S})\mathbf{A}}\,\vec{\Omega}(S/\mathcal{R}) + m\,\overrightarrow{AG} \wedge \vec{V}(A, S/\mathcal{R})$
- $\vec{\delta}_A(S/\mathcal{R}) = \left(\dfrac{d\vec{L}_A(S/\mathcal{R})}{dt}\right)_{\mathcal{R}} + \vec{V}(A, S/\mathcal{R}) \wedge \vec{p}(S/\mathcal{R})$
- $E_{cin}(S/\mathcal{R}) = \dfrac{1}{2}\left[\vec{V}(A, S/\mathcal{R})\vec{p}(S/\mathcal{R}) + \vec{\Omega}(S_2/\mathcal{R})\vec{L}_A(S/\mathcal{R})\right]$

Q.3.1.	QUANTITE DE MOUVEMENT DE $(S)/(S_0)$	01. PT

……………………………………………………………………………………………………......

$\vec{p}(S/S_0) =$

Q.3.2.	QUANTITE D'ACCELERATION DE $(S)/(S_0)$	01. PT

…………………………………………………………………………………………………..............

$\vec{D}(S/S_0) =$

Q.3.3.	MOMENTS CINETIQUES DE $(S_1)/(S_0)$ ET DE $(S)/(S_0)$	04. PTS

…………………………………………………………………………………………………......

…………………………………………………………………………………………………..............

…………………………………………………………………………………………………......

…………………………………………………………………………………………………..............

…………………………………………………………………………………………………......

…………………………………………………………………………………………………..............

………………………………………………………………………………………………….....

………………………………………………………………………………………………….....

$\vec{L}_A(S_1/S_0) =$
$\vec{L}_A(S/S_0) =$

Q.3.4.	MOMENT DYNAMIQUE DE $(S)/(S_0)$	04. PTS

……………………………………………………………………………………………..............

……………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………..............

……………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………..............

……………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………..............

……………………………………………………………………………………………..............

……………………………………………………………………………………………..............

……………………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………………..............

$A_S + B_S - C_S =$	$A_S - B_S + C_S =$
$\vec{\delta}_A \left(S / S_0\right) =$	

Q.3.5.	ENERGIES CINETIQUES DE (S_1), (S) ET DE $(S_1 \cup S)$ / (S_0)	05. PTS

……………………………………………………………………………………………………...............

……………………………………………………………………………………………………........

……………………………………………………………………………………………………...............

……………………………………………………………………………………………………........

……………………………………………………………………………………………………...............

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...............

……………………………………………………………………………………………………........

……………………………………………………………………………………………………...............

……………………………………………………………………………………………………...............

……………………………………………………………………………………………………........

$E_{cin}\left(S_1 / S_0\right) =$
$E_{cin}\left(S / S_0\right) =$
$E_{cin}\left(S \cup S_1 / S_0\right) =$

4. ACTIONS MECANIQUES

Le torseur d'action mécanique extérieure :

- de la pesanteur sur (S_1) est $\mathcal{F}(pes/S_1)=\begin{Bmatrix} \vec{F}(pes/S_1)=-m_1\,g\,\vec{z}_0 \\ \vec{M}_C(pes/S_1)=\vec{0} \end{Bmatrix}_C$
- du moteur sur (S_1) est le couple $\mathcal{F}(Mot./S_1)=\begin{Bmatrix} \vec{F}(Mot./S_1)=\vec{0} \\ \vec{M}_A(Mot./S_1)=\mathcal{C}\,\vec{z}_0 \end{Bmatrix}$
- de (S_0) sur (S_1) au niveau de la liaison pivot parfaite d'axe $(A\,;\vec{z}_0)$ est :

$$\mathcal{F}(S_0/S_1)=\begin{Bmatrix} \vec{F}(S_0/S_1) \\ \vec{M}_A(S_0/S_1) \end{Bmatrix}_A$$

- de la pesanteur sur (S) est $\mathcal{F}(pes/S)=\begin{Bmatrix} \vec{F}(pes/S)=-m\,g\,\vec{z}_0 \\ \vec{M}_G(pes/S)=\vec{0} \end{Bmatrix}_G$
- de (S_1) sur (S) au niveau de la liaison pivot parfaite d'axe $(A\,;\vec{x})$ est :

$$\mathcal{F}(S_1/S)=\begin{Bmatrix} \vec{F}(S_1/S)=X\,\vec{x}+Y\,\vec{y}+Z\,\vec{z} \\ \vec{M}_A(S_1/S)=M_y\,\vec{y}+M_z\,\vec{z} \end{Bmatrix}_A$$

Q.4.1.	TORSEUR D'ACTION MECANIQUE EXTERIEURE SUR (S)	06. PTS

- Moment au point A des actions de la pesanteur sur (S) :

$\vec{M}_A(pes/S)=$ ....

- Moment au point A de l'action (S_1) sur (S) :

$\vec{M}_A(S_1/S)=$ ....

- RESULTANTE DES ACTIONS EXTERIEURES SOLLICITANT (S) :

$\vec{F}(ext/S) =$ ………………………………………………………………………………...

………………………………………………………………………………...

- MOMENT AU POINT A DES ACTIONS EXTERIEURES SOLLICITANT (S) :

$\vec{M}_A(ext/S) =$ ………………………………………………………………………

$\vec{F}(ext/S) = F_x(ext/S)\,\vec{x} + F_y(ext/S)\,\vec{y} + F_z(ext/S)\,\vec{z}$

avec :

- ✓ $F_x(ext/S) =$
- ✓ $F_y(ext/S) =$
- ✓ $F_z(ext/S) =$

et

$\vec{M}_A(ext/S) = M_x(ext/S)\,\vec{x} + M_y(ext/S)\,\vec{y} + M_z(ext/S)\,\vec{z}$

avec :

- ✓ $M_x(ext/S_1) =$
- ✓ $M_y(ext/S_1) =$
- ✓ $M_z(ext/S_1) =$

Q.4.2.	PUISSANCES	06. PTS

- Puissance développée par le moteur :

$\mathcal{P}(Mot./S_1) =$ ……………………………………………………………………….

- Puissance développée par la pesanteur sur (S_1) :

$\mathcal{P}(pes / S_1) =$ ……………………………………………………………………

- Puissance des interactions au niveau de la liaison pivot parfaite d'axe $(A ; \vec{z}_0)$:

$\mathcal{P}(S_0 \leftrightarrow S_1) =$ ……………………………………………………………………

- Puissance développée par la pesanteur sur (S) :

$\mathcal{P}(pes / S) =$ ……………………………………………………………………

- Puissance des interactions au niveau de la liaison pivot parfaite d'axe $(A ; \vec{x})$:

$\mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) =$ ……………………………………………………………………

- Puissance totale :

$\mathcal{P}(S \cup S_1 / S_0) =$ ……………………………………………………………………

$\mathcal{P}(pes / S_1) = \mathcal{P}(S_0 \leftrightarrow S_1) = \mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) =$
$\mathcal{P}(Mot. / S_1) =$
$\mathcal{P}(pes / S) =$
$\mathcal{P}(S_1 \cup S / S_0) =$

5. DYNAMIQUE

On donne :

- $\vec{D}\left(S/S_0\right) = m\,b\left[2\,\dot{\theta}\,\dot{\psi}\sin\theta\,\vec{x} - \left(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2\cos^2\theta\right)\vec{y} + \left(\ddot{\theta} + \dot{\psi}^2\cos\theta\sin\theta\right)\vec{z}\right]$
- $\vec{\delta}_A\left(S/S_0\right) = \left[A_S\,\ddot{\theta} - \left(B_S - C_S\right)\dot{\psi}^2\cos\theta\sin\theta\right]\vec{x} + 2\,B_S\,\dot{\theta}\,\dot{\psi}\cos\theta\,\vec{y}$

  $- 2\,C_S\,\dot{\theta}\dot{\psi}\sin\theta\,\vec{z}$
- $E_{cin}\left(S \cup S_1/S_0\right) = \dfrac{1}{2}\left[A_S\,\dot{\theta}^2 + \left(C_1 + B_S\sin^2\theta + C_S\,\dot{\psi}^2\cos^2\theta\right)\dot{\psi}^2\right]$
- $\vec{F}(ext/S) = F_x\,(ext/S)\,\vec{x} + F_y\,(ext/S)\,\vec{y} + F_z\,(ext/S)\,\vec{z}$

  avec :

  - ✓ $F_x\,(ext/S) = X$
  - ✓ $F_y\,(ext/S) = -\,m\,g\sin\theta + Y$
  - ✓ $F_z\,(ext/S) = -\,m\,g\cos\theta + Z$
- $\vec{M}_A\,(ext/S) = M_x\,(ext/S)\,\vec{x} + M_y\,(ext/S)\,\vec{y} + M_z\,(ext/S)\,\vec{z}$

  avec :

  - ✓ $M_x\,(ext/S) = m\,b\,g\cos\theta\,\vec{x}$
  - ✓ $M_y\,(ext/S) = M_y$
  - ✓ $M_z\,(ext/S) = M_z$
- $\mathscr{P}\left(S_1 \cup S/S_0\right) = \mathscr{C}\,\dot{\psi} - m\,g\,b\,\dot{\theta}\cos\theta = \mathscr{C}\,\dot{\psi} - \dfrac{d}{d\,t}(m\,g\,b\sin\theta)$

Q.5.1	PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE A (S)	05. PTS

……………………………………………………………………………………………...............

……………………………………………………………………………………………...............

……………………………………………………………………………………………........

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………..

EQUATIONS DE LA RESULTANTE DE (S)	
$/\vec{x}$:	(1)
$/\vec{y}$:	(2)
$/\vec{z}$:	(3)

EQUATIONS DE MOMENT DE (S)	
$/\vec{x}$:	(4)
$/\vec{y}$:	(5)
$/\vec{z}$:	(6)

……………………………………………………………………………………………………

EQUATION DU MOUVEMENT DE (S) PAR RAPPORT A (S_0)

…………………………………………………………………………………………………….............

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

EFFORTS DE LIAISON
X =
Y =
Z =
M_y=
M_z=

Q.5.2	EQUATION REGISSANT L'ENERGIE DE $(S_1 \cup S) / (S_0)$	02. PTS

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left[A_S\dot{\theta}^2+\left(C_1+B_S\sin^2\theta+C_S\dot{\psi}^2\cos^2\theta\right)\dot{\psi}^2+2\,m\,g\,b\sin\theta\right]=$$