

**INSTITUT UCAC-ICAM**  
Concours d'entrée- juin 2020

**A remplir par le candidat :**

Nom : ..... Prénom : .....  
 Centre de passage de l'examen : ..... N° de place : .....  
 Epreuve de : .....

Cadre réservé à  
l'Institut

*N° anonyme :*

.....

Cadre réservé à l'Institut

Note :



2<sup>nd</sup> cycle de la formation INFORMATIQUE

**Epreuve de MATHÉMATIQUES**

Cadre réservé à l'Institut

*N° anonyme :*

.....

**Le barème est le suivant :**

1 point par bonne réponse

0 point si il n'y a pas de réponse ou si la réponse est mauvaise

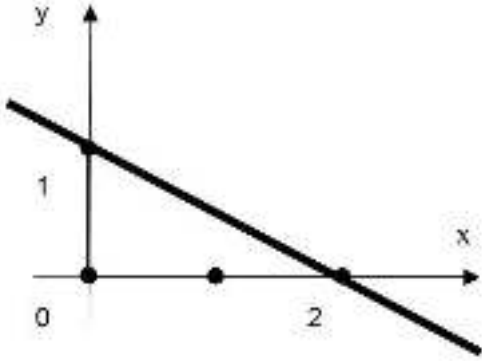
Les énoncés et les brouillons seront ramassés à la fin des épreuves pour être détruits.

N°	Enoncé / Question	Réponses
1	Soit la fonction définie par : $F(x) = \int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$ Laquelle de ces propositions est exacte ?	a) $F(x) = \ln(x^2 + 4x + 5) + Cte$ b) $F(x) = -\frac{2x+4}{(x^2+4x+5)^2} + Cte$ c) $F(x) = \text{Arctan}(x + 2) + Cte$ d) $F(x) = \text{Arctan}(x) + \frac{1}{4} \ln 4x + 5  + Cte$
2	Soit l'équation différentielle (E) : $y'(x) = -5 \cdot y(x)$ Quelle est la forme de la solution générale de (E) ?	a) $y(x) = -5x + C, C \in \mathbb{R}$ b) $y(x) = C \cdot e^{-5x}, C \in \mathbb{R}$ c) $y(x) = C + e^{-5x}, C \in \mathbb{R}$ d) $y(x) = -5e^x + C, C \in \mathbb{R}$
3	On jette deux dés et on note les valeurs obtenues sur les faces supérieures. Laquelle des propositions suivantes est correcte ?	a) La probabilité d'obtenir un double six vaut : $\frac{2}{12}$ b) La probabilité d'obtenir un double six vaut : $\frac{1}{36}$ c) La probabilité d'obtenir un double six vaut : $\frac{2}{36}$ d) La probabilité d'obtenir un double six vaut : $\frac{1}{3}$
4	On considère les droites (D <sub>1</sub> ) et (D <sub>2</sub> ) définies par les équations suivantes : (D <sub>1</sub> ) : 3x-2y-5=0 (D <sub>2</sub> ) : -9x+6y-15=0 Laquelle des propositions suivantes est correcte ?	a) (D <sub>1</sub> ) et (D <sub>2</sub> ) ont un unique point d'intersection I (3 ; 2) b) (D <sub>1</sub> ) et (D <sub>2</sub> ) passent par l'origine c) (D <sub>1</sub> ) et (D <sub>2</sub> ) sont strictement parallèles d) (D <sub>1</sub> ) et (D <sub>2</sub> ) sont confondues

5	<p>Soit S l'ensemble des x qui vérifient <math>\frac{1}{x} \in \mathbb{N}</math></p> <p>Laquelle de ces propositions est exacte ?</p>	<p>a) <math>S = ] - \infty ; 2 ]</math>                      b) <math>S = ] 0 ; 2 ]</math>                      c) <math>S = [ - 2 ; 0 [ \cup ] 0 ; 2 ]</math>                      d) <math>S = ] - \infty ; -2 ] \cup ] 0 ; 2 ]</math></p>
6	<p>Soit le système d'équations linéaires (S) :</p> $\begin{cases} x + 3y - 2z = 6 \\ 2x + y + 3z = 11 \\ 3x + 4y + z = 17 \end{cases}$ <p>Laquelle de ces propositions est exacte ?</p>	<p>a) (S) admet une solution unique <math>x = 1, y = 3, z = 2</math>                      b) (S) admet une solution unique <math>x = 2, y = 3, z = 6</math>                      c) (S) admet une infinité de solutions                      d) (S) n'admet pas de solution</p>
7	<p>On considère 3 points A, B, et M.                      Les points A et B sont définis par <math>A(2 ; 1)</math> et <math>B(-3 ; 4)</math>.                      Le point M vérifie la relation :  <math>7\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}</math></p> <p>Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) Le point M a pour coordonnées <math>(-4 ; -\frac{1}{5})</math>                      b) Le point M a pour coordonnées <math>(4 ; 5)</math>                      c) Le point M a pour coordonnées <math>(2 ; 7)</math>                      d) Le point M a pour coordonnées <math>(4 ; -\frac{1}{5})</math></p>
8	<p>Soit D la partie du plan xOy définie par la relation :</p> $x^2 \leq x$ <p>Soit A l'aire de D                      Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) <math>A = \frac{1}{6}</math>                      b) <math>A = \frac{1}{3}</math>                      c) <math>A = \frac{1}{4}</math>                      d) <math>A =  -3 </math></p>
9	<p>L'espace E est rapporté à un repère orthonormé direct <math>\mathcal{O}(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})</math>.</p> <p>Soient les vecteurs <math>\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Que vaut le produit vectoriel <math>\vec{u} \wedge \vec{v}</math> ?</p>	<p>a) <math>\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}</math>                      b) <math>\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}</math>                      c) <math>\vec{u} \wedge \vec{v} = 4</math>                      d) <math>\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}</math></p>

10	<p>Le plan <math>P</math> étant rapporté à un repère orthonormé <math>(O, \vec{i}, \vec{j})</math>. On considère les points : A (1 ; 2); B (3 ; 4). Soit M (x ; y) un point du cercle de diamètre [AB].</p> <p>Laquelle de ces affirmations est correcte ?</p>	<p>a) <math>\overline{AM}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BM}^2</math></p> <p>b) <math>\overline{AB} \wedge \overline{BC} = 0</math></p> <p>c) <math>\overline{AB} + \overline{BC} = \vec{0}</math></p> <p>d) <math>\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0</math></p>
11	<p>On considère le plan rapporté à un repère orthonormé <math>R_1(O, \vec{i}, \vec{j})</math> et les points <math>\Omega(2, 3)</math> et A (-1 ; 5) définis dans ce repère.</p> <p>On nomme <math>R_2</math> le repère orthonormé <math>(\Omega, \vec{i}, \vec{j})</math>.</p> <p>Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) Les coordonnées de A dans <math>R_2</math> sont : (1 ; 8)</p> <p>b) Les coordonnées de A dans <math>R_2</math> sont : (4 ; 5)</p> <p>c) Les coordonnées de A dans <math>R_2</math> sont : (-3 ; 2)</p> <p>d) Les coordonnées de A dans <math>R_2</math> sont : (-2 ; 15)</p>
12	<p>Le plan <math>P</math> étant rapporté à un repère orthonormé <math>(O, \vec{i}, \vec{j})</math>.</p> <p>On considère les 3 points A (2 ; 3 ; 1) ; B (5 ; -2 ; 0) et C (3 ; -1 ; 2).</p> <p>Que vaut le produit scalaire <math>\overline{AB} \cdot \overline{BC}</math> ?</p>	<p>a) <math>\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 36</math></p> <p>b) <math>\overline{AB} \cdot \overline{BC} = -13</math></p> <p>c) <math>\overline{AB} \cdot \overline{BC} = \begin{pmatrix} 30 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>d) <math>\overline{AB} \cdot \overline{BC} = \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}</math></p>
13	<p>On considère le polynôme suivant : <math>P(x) = 2x^2 - 8x + 6x - 24</math></p> <p>Quelle est la forme factorisée de P(x) ?</p>	<p>a) <math>P(x) = 2(x + 3)(x - 4)</math></p> <p>b) <math>P(x) = 2(x - 3)(x - 4)</math></p> <p>c) <math>P(x) = (x - 3)(x - 4)</math></p> <p>d) <math>P(x) = (x + 3)(x - 6)</math></p>
14	<p>Soit l'équation (E) :</p> <p><math>(E) : x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0</math></p> <p>Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) (E) admet trois solutions réelles distinctes</p> <p>b) (E) n'admet pas de solution réelle</p> <p>c) (E) admet "1" comme unique solution réelle</p> <p>d) (E) admet "2" comme unique solution réelle</p>
15	<p>Soit la fonction définie par :</p> <p><math>f(x) = \sqrt{4x - 12}</math>.</p> <p>Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) f est définie sur l'intervalle <math>[0; +\infty[</math></p> <p>b) f est définie sur l'intervalle <math>[3; +\infty[</math></p> <p>c) f est définie sur l'intervalle <math>]3; +\infty[</math></p> <p>d) f est définie sur l'intervalle <math>]-\infty; +\infty[</math></p>

16	<p>On considère la fonction <math>f</math> définie par :</p> $f(x, y) = 2xe^x + \ln y + 3$ <p>On note <math>df</math> sa différentielle. Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) <math>df = (2xe^x + 2)dx + (\ln y + 1) dy</math>                      b) <math>df = 2xe^x dx + \ln y dy</math>                      c) <math>df = 2(1+x)e^x + \frac{1}{y}</math>                      d) <math>df = 2(1+x)e^x dx + \frac{1}{y} dy</math></p>
17	<p>Soit la fonction définie par <math>f(x) = \ln(2x+4)</math>. Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) <math>f'(x) = \frac{1}{x+2}</math>                      b) <math>f'(x) = \frac{1}{x+2}</math>                      c) <math>f'(x) = \frac{1}{x+2}</math>                      d) <math>f'(x) = \frac{1}{x+2}</math></p>
18	<p>Soit <math>(u_n)</math> une suite arithmétique de raison <math>r</math>. On donne <math>u_1 = 5</math> et <math>u_9 = 21</math> Quelle est la valeur de <math>r</math> ?</p>	<p>a) <math>r = \sqrt{3}</math>                      b) <math>r = 2</math>                      c) <math>r = 3</math>                      d) <math>r = \sqrt{\frac{12}{5}}</math></p>
19	<p>On considère l'équation <math>\sin(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2}</math> sur l'intervalle <math>[0; 2\pi]</math> et soit <math>S</math> l'ensemble des solutions de cette équation sur l'intervalle <math>[0; 2\pi]</math>. Laquelle de ces affirmations est correcte ?</p>	<p>a) <math>S = \left\{ \frac{7\pi}{12} + 2k\pi \right\}</math>                      b) <math>S = \left\{ \frac{\pi}{12} + 2k\pi \right\}</math>                      c) <math>S = \left\{ \frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12} \right\}</math>                      d) <math>S = \left\{ \frac{\pi}{12} + 2k\pi; \frac{7\pi}{12} + 2k\pi \right\}</math></p>
20	<p>On considère l'équation différentielle (E) suivante :</p> $(E) : y''(x) - 4y(x) = 0$ <p>Quelles est la solution générale de <math>\epsilon</math> ?</p>	<p>a) <math>y(x) = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x</math> avec <math>C_1, C_2 \in \mathbb{R}</math>                      b) <math>y(x) = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}</math> avec <math>C_1, C_2 \in \mathbb{R}</math>                      c) <math>y(x) = C_1 e^{2x} - C_2 e^{-2x}</math> avec <math>C_1, C_2 \in \mathbb{R}</math>                      d) <math>y(x) = C e^{-2x} (\cos 2x + \sin 2x)</math> avec <math>C \in \mathbb{R}</math></p>

21	<p>Soit la fonction définie par <math>f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{10-x}}</math>.</p> <p>On note <math>D_f</math> son domaine de définition.</p> <p>Laquelle de ces propositions est exacte ?</p>	<p>a) <math>D_f = ] 4 ; 10 [</math>                      b) <math>D_f = ] -\infty ; 4 [ \cup ] 10 ; +\infty [</math>                      c) <math>D_f = [ 4 ; +\infty [</math>                      d) <math>D_f = [ 4 ; 10 [</math></p>
22	<p>On considère la fonction <math>f</math> définie par <math>f(x, y) = x^2 y(y + 1)</math></p> <p>On note <math>\frac{\partial f}{\partial y}</math> la dérivée partielle de <math>f</math> par rapport à <math>y</math>.</p> <p>Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) <math>\frac{\partial f}{\partial y} = 2x(2y + 1)</math>                      b) <math>\frac{\partial f}{\partial y} = x^2(2y + 1)</math>                      c) <math>\frac{\partial f}{\partial y} = y(y + 1)</math>                      d) <math>\frac{\partial f}{\partial y} = (2y + 1)</math></p>
23	<p>La figure ci-dessous représente la fonction <math>f(x)</math> :</p>  <p>Comment s'exprime la fonction <math>f(x)</math> ?</p>	<p>a) <math>f(x) = 1 + x</math>                      b) <math>f(x) = x - 2</math>                      c) <math>f(x) = 1 - \frac{x}{2}</math>                      d) <math>f(x) = -x + 2</math></p>
24	<p>Soit l'intégrale :</p> $I = \int_0^5 \cos(\sqrt{4+t}) \cdot dt$ <p>On effectue le changement de variable <math>x = \sqrt{4+t}</math></p> <p>Quelle est alors la nouvelle expression de <math>I</math> ?</p>	<p>a) <math>I = \int_0^5 \cos(x) \cdot dx</math>                      b) <math>I = 2 \int_2^3 x \cdot \cos(x) \cdot dx</math>                      c) <math>I = \int_2^3 \frac{1}{x} \cos(x) \cdot dx</math>                      d) <math>I = \int_2^3 x \cdot \cos(x) \cdot dx</math></p>

25	<p>Soit C la courbe représentative de la fonction</p> $y = f(x) = \frac{4x + 11}{x + 4}$ <p>dans un repère xOy.</p> <p>On définit un nouveau repère XΩY, avec les règles suivantes :</p> <p style="margin-left: 40px;">Ω ( 1 , 3) ΩX parallèle à Ox ΩY parallèle à Oy</p> <p>Soit Y = g(X) l'expression de C dans le repère XΩY.</p> <p>Laquelle de ces propositions est exacte ?</p>	<p>a) <math>g(X) = \frac{4X+7}{X+5}</math></p> <p>b) <math>g(X) = \frac{X}{X+5}</math></p> <p>c) <math>g(X) = \frac{X}{X+3}</math></p> <p>d) <math>g(X) = \frac{X}{X+4}</math></p>
26	<p>On considère un échantillon composé des quatre valeurs suivantes : 1, 2, -1, -2</p> <p>Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) Cet échantillon a pour écart-type : 0</p> <p>b) Cet échantillon a pour écart-type : 1</p> <p>c) Cet échantillon a pour écart-type : <math>\sqrt{\frac{5}{2}}</math></p> <p>d) Cet échantillon a pour écart-type : <math>\frac{\sqrt{10}}{4}</math></p>
27	<p>Soit <math>(u_n)</math> une suite géométrique de raison <math>\sqrt{2}</math>.</p> <p>On donne <math>u_5 = 12</math>.</p> <p>Quelle est la valeur de <math>u_1</math> ?</p>	<p>a) <math>u_1 = 3</math></p> <p>b) <math>u_1 = \sqrt{3}</math></p> <p>c) <math>u_1 = \frac{12}{5}</math></p> <p>d) <math>u_1 = \sqrt{\frac{12}{5}}</math></p>
28	<p>Soient les nombres complexes <math>z_1 = 5 + 7i</math>, <math>z_2 = 2 + i</math> et <math>z_3 = -4 + 2i</math>.</p> <p>On définit <math>Z = z_1 + z_2 \cdot \bar{z}_3</math> où <math>\bar{z}_3</math> désigne le conjugué de <math>z_3</math>.</p> <p>Quelle est l'expression de Z ?</p>	<p>a) <math>Z = -1 + i</math></p> <p>b) <math>Z = -1 - i</math></p> <p>c) <math>Z = 1 - i</math></p> <p>d) <math>Z = 1 + i</math></p>

29	<p>Soit D le domaine du plan xOy défini par les inéquations</p> $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 \leq 0$ <p>et <math>y \geq 1</math>.</p> <p>Que vaut la surface de D ?</p>	<p>a) <math>\frac{\pi}{2}</math></p> <p>b) <math>2\pi</math></p> <p>c) <math>\pi</math></p> <p>d) <math>4\pi</math></p>
30	<p>Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre <math>\lambda</math>.</p> <p>Sachant que <math>p(X=3) = 5 \cdot p(X=5)</math>, déterminer la valeur de <math>\lambda</math>.</p>	<p>a) <math>\lambda = 5</math></p> <p>b) <math>\lambda = 4</math></p> <p>c) <math>\lambda = 2</math></p> <p>d) <math>\lambda = 6</math></p>
31	<p>Soit <math>z = -\sqrt{3} - i</math>.</p> <p>Quelle est la forme exponentielle de z ?</p>	<p>a) <math>z = 2 e^{i \frac{5\pi}{6}}</math></p> <p>b) <math>z = 4 e^{i \frac{7\pi}{6}}</math></p> <p>c) <math>z = 2 e^{i \frac{4\pi}{3}}</math></p> <p>d) <math>z = 2 e^{i \frac{7\pi}{6}}</math></p>
32	<p>Soient les vecteurs <math>\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ m \\ -1 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}</math></p> <p>où <math>m \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>Soit le vecteur <math>\vec{w} \begin{pmatrix} 29 \\ -5 \\ 23 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Quelle est la solution de l'équation (E) : <math>\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}</math> ?</p>	<p>a) <math>m = 7</math></p> <p>b) <math>m = 57</math></p> <p>c) <math>m = -5</math></p> <p>d) <math>m = \frac{7}{9}</math></p>
33	<p>On considère la fonction <math>F(x) = \int \ln x \cdot dx</math>.</p> <p>Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) <math>F(x) = \ln(x) - x + c</math></p> <p>b) <math>F(x) = \frac{1}{2x} \ln(x^2) - x + c</math></p> <p>c) <math>F(x) = \ln(x) - 1 + c</math></p> <p>d) <math>F(x) = x \ln(x) - x + c</math></p>

34	<p>Soit la fonction <math>f</math> définie par <math>f(x) = e^{\sin(x^2)}</math>.</p> <p>Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) <math>f'(x) = 2x \cos(x^2) \cdot e^{\sin(x^2)}</math></p> <p>b) <math>f'(x) = \sin(x^2) \cdot e^{\sin(x^2)}</math></p> <p>c) <math>f'(x) = 2x \cdot e^{\cos(x^2)}</math></p> <p>d) <math>f'(x) = \cos(x^2) \cdot e^{2x}</math></p>
35	<p>Soit l'équation (E) : <math>\frac{1}{z} = 5 + 3i</math>, où <math>\bar{z}</math> désigne le conjugué de <math>z</math>.</p> <p>Quelle est la solution de (E) ?</p>	<p>a) <math>z = \frac{5}{34} + \frac{3}{34}i</math></p> <p>b) <math>z = \frac{5}{34} - \frac{3}{34}i</math></p> <p>c) <math>z = \frac{5}{16} + \frac{3}{16}i</math></p> <p>d) <math>z = \frac{5}{16} - \frac{3}{16}i</math></p>
36	<p>On considère la fonction <math>F</math> définie par <math>F(x) = \int \frac{x(x+1)}{(x^2-1)} dx</math></p> <p>Laquelle des propositions suivantes est correcte ?</p>	<p>a) <math>F(x) = x + \ln(x-1) + c</math></p> <p>b) <math>F(x) = x + \arctan(x-1) + c</math></p> <p>c) <math>F(x) = x + \ln x-1  + c</math></p> <p>d) <math>F(x) = x + \arctan(x+1) + c</math></p>
37	<p>Soit le plan (P) contenant les points</p> <p><math>A \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}</math>, <math>B \begin{vmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{vmatrix}</math> et <math>C \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix}</math></p> <p>Quelle est l'équation de (P) ?</p>	<p>a) (P) : <math>3x + 2y - z = 6</math></p> <p>b) (P) : <math>2x + 4y - 3z = 7</math></p> <p>c) (P) : <math>x + 2y + 5z = 10</math></p> <p>d) (P) : <math>4x - 2y + z = 3</math></p>
38	<p>Soit le déterminant <math>\Delta_m = \begin{vmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 2 &amp; m &amp; 5 \\ -1 &amp; 1 &amp; 4 \end{vmatrix}</math>, où <math>m \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>Soit l'équation (E) : <math>\Delta_m = 0</math>.</p> <p>Quelle est la solution de (E) ?</p>	<p>a) <math>m = 4</math></p> <p>b) <math>m = \frac{5}{7}</math></p> <p>c) <math>m = \frac{25}{7}</math></p>



<p align="center">39</p>	<p>Soit la fonction définie par :</p> $f(x) = \tan(x) \cdot e^{\sin(x)}$ <p>Laquelle de ces propositions est exacte ?</p>	<p>a) <math>f'(x) = (1 + \tan^2 x) \cdot e^{\cos(x)}</math></p> <p>b) <math>f'(x) = \cos(x) \cdot e^{\sin(x)}</math></p> <p>c) <math>f'(x) = \sin(x) \cdot e^{\sin(x)}</math></p> <p>d) <math>f'(x) = \left(\sin(x) + \frac{1}{\cos^2(x)}\right) \cdot e^{\sin(x)}</math></p>
<p align="center">40</p>	<p>On considère la fraction rationnelle suivante :</p> $R(x) = \frac{2x + 1}{x^2(x^2 + 2x + 10)}$ <p>Quelle est la forme de la décomposition en éléments simples de cette fraction rationnelle ?</p>	<p>a) <math>R(x) = \frac{A}{x^2} + \frac{B(2x^2 + 1)}{(x^2 + 2x + 10)}</math></p> <p>b) <math>R(x) = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{C}{x + 4} + \frac{D}{(x - 2)}</math></p> <p>c) <math>R(x) = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{Cx + D}{x^2 + 2x + 10}</math></p> <p>d) <math>R(x) = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{2x} + \frac{C}{10} + \frac{D}{x^2}</math></p>