INSTITUT UCAC-ICAM
Concours d'entrée- Aout 2021

A remplir par le candidat :	Cadre réservé à l'Institut
Nom : ……………………………..…… Prénom : ……………..……………	*N° anonyme* :
Centre de passage de l'examen : ………………… N° de place : ……….	………..
Epreuve de : …………………………………………………………………	

Cadre réservé à l'Institut	✓	Cadre réservé à l'Institut
Note :	1ER CYCLE DE LA FORMATION	*N° anonyme :*
	Epreuve de MATHEMATIQUES	………..

Durée : [1h30]

1.	On considère la fonction f définie par $f(x) = ln(1 - cos2x)$ 1. L'ensemble de définition de f est :	a) $\Re - \{k\pi,\ k\epsilon Z\}$ b) $\Re^*$ c) $[0; \pi]$ d) $\left]-\infty; ln\frac{3}{2}\right]$
	2. Le calcul de la dérivée donne :	a) $\frac{2xsin2x-2}{1-cos2x}$ b) $-\frac{2sin2x}{1-cos2x}$ c) $\frac{2sin2x}{1-cos2x}$ d) $\frac{sin2x}{1-cos2x}$
	3. On veut étudier la fonction f sur l'intervalle de $E_f =]-\pi; \pi[$. Pour tout $x\epsilon E_f$, $-x\epsilon E_f$ alors f est :	a) $f(-x) = -f(x)$ b) $f(-x) = f(x)$ c) $f(-x) = f(x + \frac{\pi}{2})$ d) $f(-x) = f(x + 2\pi)$
	4. Pour tout $k\ \epsilon\ Z$, $\lim_{x\to k\pi} f(x) =$	*a) N'existe pas* *b)* 0 *c)* $ln2$ d) $-\infty$
	5. Pour tout $x\ \epsilon\ ]-\pi; \pi[$, la fonction f est bornée ie $0 \leq f(x) \leq a$ La valeur de a est alors :	a) $+\infty$ b) 0 c) 2 d) 1

	6. Pour tout $x \in]0; \pi[$, on a : $\lim_{x\to\pi^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$ alors :	a) f est une fonction constante b) Il existe un réel α tel que : $f'(\alpha) = 0$ c) La fonction f admet un maximum sur cet intervalle d) La fonction f est strictement croissante.
	7. On peut encore écrire que $f(x) = ln(2\sin^2 x)$ La dérivée seconde $f''(x)$ de $f(x)$ est :	a) $-1 - \cot an^2 x$ b) $\frac{1}{\sin^2 x}$ c) $1 + \tan^2 x$ d) $\frac{2}{sin2x}$

2.	Un homme se retrouve devant un fleuve pour sa traverser avec une pirogue de fortune ne pouvant porter que celui-ci un seul de ses étranges colis. Un lion*(L)*, un mouton*(M)* et des feuilles de manioc*(FM)*. 1. Il s'engage à traverser. Le nombre de traversée est :	*a) 3* *b) 12* *c) 7* *d) 6*
	2. On établit un modèle simple permettant de gérer les déplacements et les différentes positions du triplet *(L, M, FM)*. On note *R1* la rive de départ, *F* le fleuve et *R2* la rive d'arrivée, on définit le triplet *(R1, F, R2)*. Les valeurs *1, 2, …* indiquent le nombre de fois qu'un colis occupe une position, soit sur l'une des rives ou, soit sur le fleuve. La notation : *(1, 2, 3)* signifie que le colis a occupé *1* fois *R1*, *2* fois *F* et *3* fois *R2* sans tenir compte du départ et de l'arrivée. Le mouton *(M)* satisfait à la condition du triplet :	*a) (3, 2, 3)* *b) (2, 2, 2)* *c) (2, 2, 3)* *d) (3, 3, 3)*
	3. Le lion *(L)* satisfait à la condition du triplet :	*a) (3, 5, 1)* *b) (2, 2, 3)* *c) (2, 5, 3)* *d) (5, 1, 3)*

	4. Les feuilles de manioc (FM) satisfont à la condition du triplet :	*a) (3, 1, 5)* *b) (2, 2, 3)* *c) (2, 5, 3)* *d) (5, 3, 3)*
3.	Soit (u_n) et (v_n) deux suites réels définies par : $\begin{cases} u_1 = 12 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2v_n}{3}, si\ n \geq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} v_1 = 1 \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{4}, si\ n \geq 1 \end{cases}$ 1. On pose pour tout $n \geq 1, w_n = v_n - u_n$ alors l'expression de w_n est en fonction de n est :	a) $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ b) -11$\left(\frac{1}{12}\right)^{n-1}$ c) $\frac{1}{12} w_n$ d) $-11\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

	2. La suite (w_n) admet pour limite i.e : $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n =$	a) $\frac{1}{12}$ b) 0 c) -11 d) $+\infty$
	3. L'étude des suites (u_n) et (v_n) montre que :	a) (u_n) et (v_n) sont des suites constantes b) (u_n) est croissante et (v_n) décroissante c) (u_n) est décroissante et (v_n) croissante d) (u_n) et (v_n) sont des suites décroissantes
	4. Pour tout $n > 0$, on pose : $t_n = 3u_n + 8v_n$ alors on établit la relation de récurrence suivante :	a) $t_{n+2} - t_n = 0$ b) $t_{n+1} - 2t_n = 0$ c) $t_{n+2} + t_{n+1} = 0$ d) $t_{n+1} - t_n = 0$

	5. On en déduit que les expressions de u_n et v_n en fonction de n est :	a) $u_n = -11\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + 3$ et $v_n = 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + 3$ b) $u_n = -\left(\frac{1}{12}\right)^{n-1} + 4$ et $v_n = -8\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + 3$ c) $u_n = 10\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + 4$ et $v_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + 4$ d) $u_n = 8\left(\frac{1}{12}\right)^{n-1} + 4$ et $v_n = 3\left(\frac{1}{12}\right)^{n-1} + 4$

4.	1. Pour tout nombre complexe Z, on pose : $P(Z) = Z^4 - 1$ Les racines réelles du polynôme $P(Z) = 0$ sont :	a) $\{-1; 1; i; -i\}$ b) $\{-1; 2; i; -i\}$ c) $\{-1; 1\}$ d) $\{1; 2; i; -2i\}$
	2. On se propose de résoudre dans C l'équation : $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$	a) $\left\{-2; 0; \frac{-1-3i}{5}; \frac{-1+3i}{5}\right\}$ b) $\left\{2; 0; \frac{-3-i}{5}; \frac{-3+i}{5}\right\}$ c) $\left\{-\frac{2}{3}; 0; \frac{-1-3i}{5}; \frac{-1+3i}{5}\right\}$ d) $\left\{-\frac{2}{3}; 1; \frac{-i}{5}; \frac{i}{5}\right\}$
	3. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(0; \vec{u}; \vec{v})$ on considère les points A, B, C d'affixes respectives $-2; -\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i; -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$ 3.1. L'affixe Z_I du centre I du cercle (C) passant par les points O, A, B, C est :	a) $-\frac{2}{3}$ b) $\frac{-3-i}{5}$ c) -1 d) $-\frac{1}{5}$
	3.2. L'équation cartésienne du cercle (C) est :	a) $\left(x + \frac{3}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{5}\right)^2 = 1$ b) $x^2 + \left(y + \frac{1}{5}\right)^2 = 2$ c) $(x+1)^2 + y^2 = 1$ d) $\left(x + \frac{3}{5}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{25}$
	3.3. L'affixe Z_D du point D tel que $OBDC$ Soit un losange est :	a) $-\frac{2}{3}$ b) $\frac{-1-2i}{5}$ c) $-\frac{1}{5}$ d) $-\frac{2}{5}$

	4. L'ensemble des points M d'affixe z vérifiant la condition $\|z-4\| = \|z+2i\|$ est la droite d'équation cartésienne :	a) $10x + 10y - 15 = 0$ b) $2x + y - 3 = 0$ c) $8x + 3y - 12 = 0$ d) $2x - y + 4 = 0$
5	1. On pose : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$ et $$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x \, dx$$ Le calcul de $I + J$ donne le résultat suivant :	a) $\frac{\pi^3}{16}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi^2}{8}$ d) $\frac{3}{16}$
	2. Le calcul de $I - J$ donne le résultat suivant :	a) $-\frac{1}{2}$ b) $-\frac{\pi}{2}$ c) $-\frac{1}{4}$ d) $\frac{\pi}{8}$
	3. On déduit les valeurs de $I \; et \; J$	a) $\frac{\pi^3}{8} + \frac{1}{2}$ et $\frac{\pi^3}{8} - \frac{1}{2}$ b) $\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{2}$ et $\frac{\pi^2}{8} - \frac{1}{2}$ c) $\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4}$ et $\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4}$ d) $\frac{\pi^3}{16} - \frac{1}{4}$ et $\frac{\pi^3}{16} + \frac{1}{4}$
	4. On considère l'intégrale $I = \int_5^{100} \frac{dy}{y^{12}}$. La valeur approchée de I à 10^{-6} est :	a) 17273.10^{-6} b) 17272.10^{-6} c) $0{,}017273\ldots$ d) 64.10^{-6}
6	1. La solution proposée pour la résolution de l'équation différentielle $4y'' + 9y = 0$ est :	a) $Acos2x + Bsin2x$ b) $Acos\frac{2}{3}x + Bsin\frac{2}{3}x$ c) $Acos\frac{3}{2}x + Bsin\frac{3}{2}x$ d) A $\cos\left(\frac{3}{2}x - \varphi\right)$
	2. La solution particulière vérifiant : $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$ est :	a) $\frac{2}{3}cos\frac{3}{2}x$ b) $\frac{2}{3}sin\frac{3}{2}x$ c) $\frac{2}{3}cos2x - \frac{1}{3}sin2x$ d) $\frac{2}{3}cos\left(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{2}\right)$

7	1. Le programme d'une épreuve d'examen comporte 100 sujets. Trois d'entre eux tirés au sort, sont proposés à chaque candidat. Un candidat n'ayant étudié que 10 des sujets du programme subit l'épreuve. Quelle est la probabilité pour que ce candidat ait étudié les trois sujets proposés ?	a) $\frac{3}{117480}$ b) $\frac{2}{2695}$ c) $\frac{2}{7485}$ d) $\frac{1}{27484}$
	2. Quelle est la probabilité pour que ce candidat ait étudié deux de ces sujets proposés ?	a) $\frac{12}{7485}$ b) $\frac{1}{2784}$ c) $\frac{9}{161700}$ d) $\frac{27}{1078}$
	3. Quelle est la probabilité pour que ce candidat n'ait étudié aucun des trois sujets proposés ?	a) $\frac{178}{245}$ b) $\frac{18}{25}$ c) $\frac{12}{85}$ d) $\frac{72}{103}$
	4. Quelle est la probabilité pour que ce candidat ait étudié au moins l'un des trois sujets proposés ?	