

INSTITUT UCAC-ICAM

Concours d'entrée- mai 2018 Ingénieur Généraliste par Apprent.

A remplir par le candidat :

Nom : Prénom :
Ville de passage de l'examen : N° de place :
Epreuve de Mathématiques

Cadre réservé à l'Institut

N° anonyme :

.....

Cadre réservé à l'Institut

Note :



1^{er} cycle formation Ingénieur Généraliste par Apprent.

Cadre réservé à l'Institut

N° anonyme :

.....

Epreuve de Mathématiques -mai 2018

Durée : 3h

Calculatrice autorisée

Documents interdits

Exercice 1 :

On considère les suites (U_n) et (V_n) définies par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3} \end{cases}$$

1) Calculer u_1, u_2, v_1 et v_2

2) Montrer que la suite (d_n) définie par : $d_n = v_n - u_n$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

3) Donner l'expression de d_n en fonction de n .

INSTITUT UCAC-ICAM

Concours d'entrée - mai 2018

NE RIEN INSCRIRE

- 4) Montrer que la suite (S_n) définie par : $S_n = v_n + u_n$ est une suite stationnaire.

- 5) En déduire les expressions u_n et v_n en fonction de n .

- 6) Déterminer en fonction de n les sommes $U_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ et $V_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

- 7) Déduire les limites suivantes et conclure :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$$

INSTITUT UCAC-ICAM

Concours d'entrée - mai 2018

NE RIEN INSCRIRE

Exercice 2 :

Pour chaque question répondre par vraie (V) ou faux (F) sans justifier.

On considère la fonction f telle que : $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique : 2 cm.

- 1) f peut-être étudiée sur l'intervalle $]0; +\infty[$
- 2) La fonction f est strictement croissante, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$
- 3) On montre que f est impaire et admet un centre de symétrie
- 4) L'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur son domaine de définition E_f
- 5) $f(x) = -1 - \frac{2e^{-x}}{1-e^{-x}}$
- 6) $\int_{\ln 2}^t (-f(x) - 1) dx$, $t > 0$ représente l'aire $\mathcal{A}(t)$ de la portion délimitée par la courbe (C) , la droite $y = -1$ et les droites $x = \ln 2$ et $x = t$.
- 7) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(t) = \ln 2$
- 8) On montre que $\sqrt{u} \leq u \leq u^2$ et $0,5 \leq \int_1^2 \frac{du}{u} \leq 0,83$
- 9) On montre que $12 \times 0,5 \text{ cm}^2 \leq \lim_{t \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(t) \leq 12 \times 0,83 \text{ cm}^2$
- 10) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{2+\cos x}{1-\sin x} dx \leq 3$

Exercice 3 :

Dans cet exercice répondre par vrai (V) ou (F), puis justifier

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Soit A et B deux points distincts de O d'affixes respectives a et $2a - b$, où a et b sont deux nombres complexes.

I. Si $|a| = |2a - b|$

1. Les nombres complexes a et b sont opposés ou $3a = b$

INSTITUT UCAC-ICAM

Concours d'entrée - mai 2018

NE RIEN INSCRIRE

2. Alors il existe une rotation de centre O et d'angle

$$\varphi = \operatorname{arg} a - \operatorname{arg}(2a - b) + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

3. A' et B' sont les images respectives de A et B par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$, alors il existe une rotation de centre O et d'angle

$$\varphi = \operatorname{arg} a - \operatorname{arg}(2a - b) + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

4. C est un point du plan tel que $OACB'$ soit un parallélogramme ; $OACB'$ est un losange.

INSTITUT UCAC-ICAM

Concours d'entrée- mai 2018 Ingénieur Généraliste par Apprent.

A remplir par le candidat :

Nom : Prénom :

Ville de passage de l'examen : N° de place :

Epreuve de Mathématiques

Cadre réservé à l'Institut

N° anonyme :

.....

Cadre réservé à l'Institut

Note :



1^{er} cycle formation Ingénieur Généraliste par Apprent.

Cadre réservé à l'Institut

N° anonyme :

.....

Epreuve de Mathématiques -mai 2018

Durée : 3h

Calculatrice autorisée

Documents interdits

5. L'affixe de C est : $z_c = a - (2a - b)e^{i\frac{\pi}{3}}$

II. Si $|a| \neq |2a - b|$, A' et B' sont les images respectives de A et B par rotations de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et par rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1. Les droites $(A'B)$ et (AB') sont perpendiculaires

INSTITUT UCAC-ICAM

Concours d'entrée - mai 2018

NE RIEN INSCRIRE

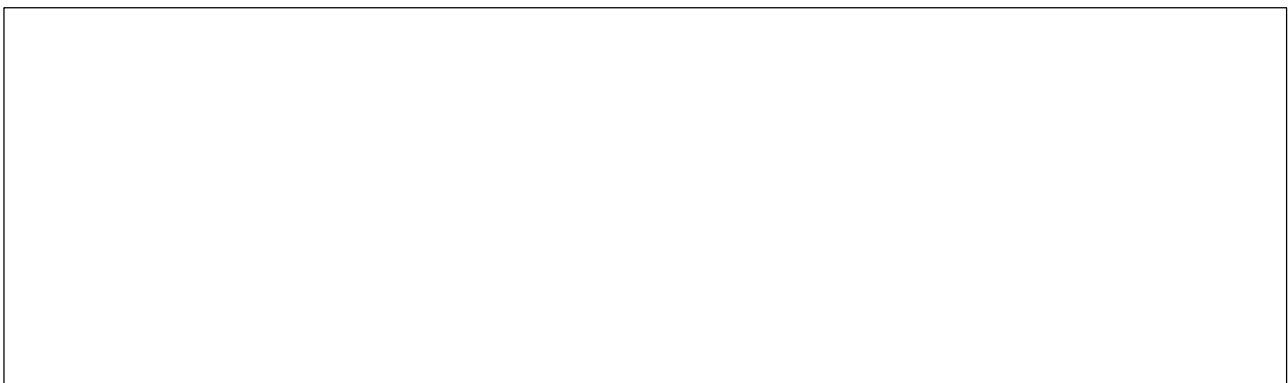
2. Les triangles $AA'B$ et $AB'B$ sont équilatéraux



3. Les affixes de A' et B' sont telles que : $z_{A'} + z_{B'} = z_A + z_B$



4. On montre que $|z_{A'} - z_{B'}| = |z_A - z_B|$ et que $A'AB'B$ est un parallélogramme.



INSTITUT UCAC-ICAM

Concours d'entrée - mai 2018

NE RIEN INSCRIRE

Exercice 4 :

La charge d'un condensateur dans un circuit électrique est une fonction q du temps t , définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Dans certaines conditions, le système d'unités étant bien choisi, cette fonction vérifie l'équation $(E): q'(t) + 2q(t) = 20$, pour $t \geq 0$.

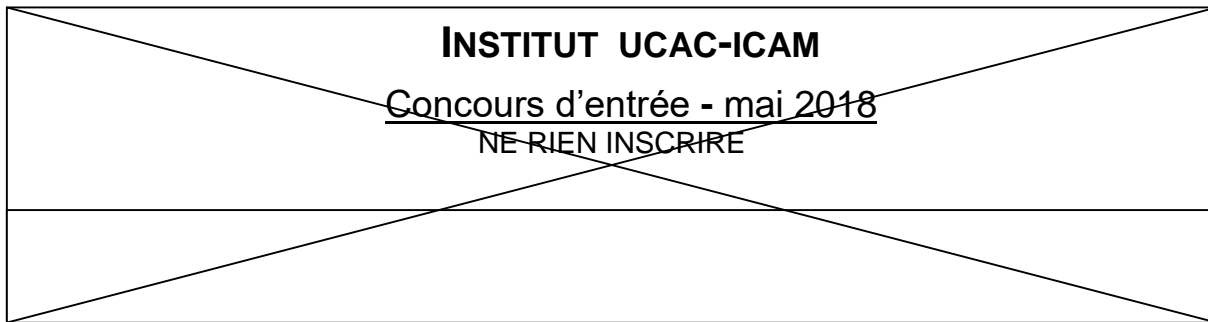
1. Résoudre l'équation : $(E'): q'(t) + 2q(t) = 0$

2. Vérifier que la fonction constante $u: u(t) = a$ est une solution de (E) .

3. Donner toutes les solutions de (E) .

4. A l'instant $t = 0$ s, instant où l'on ferme l'interrupteur du circuit, la charge du condensateur vérifie la condition : $q(0) = 0$.

- a. Déduire l'expression de la charge q du condensateur en fonction du temps.



b. Quelle est la limite de la charge $q(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$?

c. Etudier les variations de q et dresser son tableau des variations.

d. Construire la courbe représentant cette fonction.

INSTITUT UCAC-ICAM

Concours d'entrée- mai 2018 Ingénieur Généraliste par Apprent.

A remplir par le candidat :		<small>Cadre réservé à l'Institut</small>
Nom :	Prénom :	<i>N° anonyme :</i>
Ville de passage de l'examen :	N° de place :
Epreuve de Mathématiques		

<small>Cadre réservé à l'Institut</small>	<input checked="" type="checkbox"/> 1 ^{er} cycle formation Ingénieur Généraliste par Apprent.	<small>Cadre réservé à l'Institut</small>
Note :		<i>N° anonyme :</i>
	<u>Epreuve de Mathématiques -mai 2018</u>
	<i>Durée : 3h</i>	
	<i>Calculatrice autorisée</i>	
	<i>Documents interdits</i>	

5. En réalité ce condensateur est à la charge pendant 72 heures.
- a. Calculer la charge moyenne en 72 heures.

- b. Le condensateur a-t-il atteint sa charge maximale ? si oui pourquoi ?

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A :

On considère un cercle de rayon 10 cm dans lequel on procède comme l'indique les étapes ci-dessous :

- **1^{ère} étape** : On divise les quatre rayons perpendiculaires en deux et on construit 4 autres petits cercles.

INSTITUT UCAC-ICAM

Concours d'entrée - mai 2018

~~NE RIEN INSCRIRE~~

- **2^e étape** : on divise encore les rayons des petits cercles en deux et on obtient 16 autres petits cercles.

1. Faire une illustration de la 1^{ère} et 2^e étape (2 schémas)

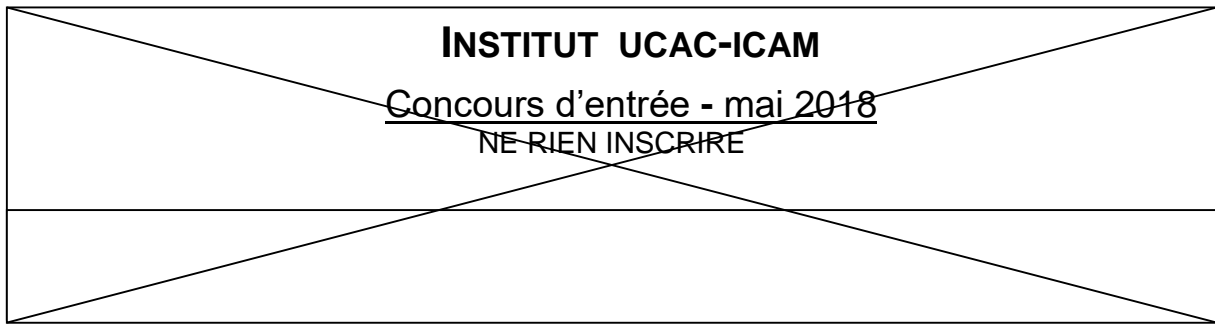


2. Quel est le nombre de cercles obtenus à la 6^e étapes ?



3. Après combien d'étapes, le périmètre des tous les cercles obtenus est égal à 342.000π km, y compris le 1^{er} cercle.





Partie B

Une station -service est ravitaillée par deux camions différents. Le premier a un débit qui lui permet de remplir la cuve de gazole en 20 minutes, le second en 10 minutes. Les deux camions ravitaillent en même temps la station.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

- 1) La cuve sera remplie en 6 min 40 sec. →
- 2) Si à mi- plein, le second camion s'arrête, le temps total pour remplir la cuve sera de 12 minutes 30 secondes. →
- 3) Si au $\frac{3}{4}$ du plein, le second camion adopte le débit du premier, le temps total pour remplir la cuve sera supérieur à 8 minutes. →
- 4) Si un troisième camion, ayant un débit équivalent au débit moyen des deux autres, remplit seul la cuve, il mettra 15 minutes. →

FIN